



## Приближенное Решение ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ Простого Дифференциального Уравнения С Математической Системой MATHCAD

Тожибоева Шахзода,  
Убайдуллаева Дилором,  
Тоштемирова Муҳиба  
(НамГУ)

### АБСТРАКТ

22 декабря 2017 году Президент республики Узбекистан Ш. Мирзиёев новый 2018 год назвал «Годом поддержки активного предпринимательства, инновационных идей и технологий», а через год 2019 год назвал «Годом активных инноваций и общественного развития». Новые технологии и инновации охватывают все стороны народного хозяйства, экономики, управления, техники, науки и образования

### ARTICLE INFO

Received: 14<sup>th</sup> February 2022

Revised: 20<sup>th</sup> March 2022

Accepted: 25<sup>th</sup> April 2022

### KEY WORDS:

*Mathcad, XML-документ Mathcad (\*.xmcd), Файл в формате RTF (\*.rtf).*

В науке и образовании, это означает компьютеризацию всех этапов научно-исследовательской работы и образования. Появились новые специальные математические программы математические системы: [1-11], Mathcad (M1), Maple (M2), MatLab (M3), Mathematica (M4), ScientificWorkPlace (M5), Scilab (M6) и др., которые расширяя возможности научных калькуляторов, позволяют упрощать, укрупнять, автоматизировать различные научные и практические расчёты, что раньше было невозможно. Использование математических систем учебу превращает в творческий интересный процесс, содержание занятия осваивается быстрее, глубже, оставляя больше времени для укрепления занятий, демонстрации новых примеров, проведения тестов, передачи новых материалов. Появляются возможности решения задач в математических системах без составления программ, представления и анимации, визуализации решений в виде таблиц и графиков, составления простых естественных, близких к языку математики алгоритмов и программ.

В математических системах задачи решаются четырьмя способами используя: внутренних функций математических систем (M1-M4); программ, составленных во внутреннем языке систем (M1-M4); естественного математического алгоритма решения (M1); интерактивных возможностей математических систем (M2, M3).

В статье возможности Mathcad, Matlab демонстрируются на примере решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Решение задачи Коши изучались в системе Mathcad в работах [1,2,4,5,11], в системе Maple в работах [3-5], в системе MatLAB в работах [4-10].

1. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения имеет вид:

$$y' = f(x, y), y(x_0) = y_0. \quad (1)$$

Например,  $y' = \exp(x) + y, y(0) = 1$ . Точное решение равно:  $y_T(x) = \exp(x)(1 + x)$ .

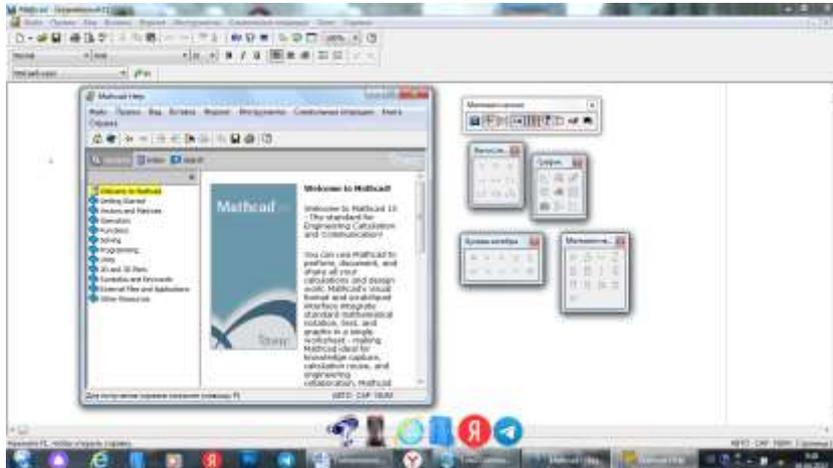
2. Краткая справка. Для решения приближённо задачи Коши на отрезке  $x \in [a, b]$  вводится сетка точек:  $\Delta_n : a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b, x_{i+1} - x_i = h$ . Предположим, что  $y(x_i)$  - есть значение решения в точке  $x_i$ . Через  $y_i \approx y(x_i)$  обозначим произвольное приближённое значение, тогда ошибка в точке есть:  $r_i = y(x_i) - y_i, i = 0..n$ . Для приближённого решения выберем в качестве методов 4 явных одношаговых метода Рунге-Кутты. Это методы Эйлера (E), модифицированный метод Эйлера (ME), метод прогноза-коррекции (ПКЭ), и метод 4-го порядка точности Рунге-Кутты (RK). [1-11]:

1)  $y_{i+1} := y_i + hf(x_i, y_i), r_i = O(h),$  (E)

2)  $y_{i+1} := y_i + hf(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} f(x_i, y_i)), r_i = O(h^2),$  (ME)

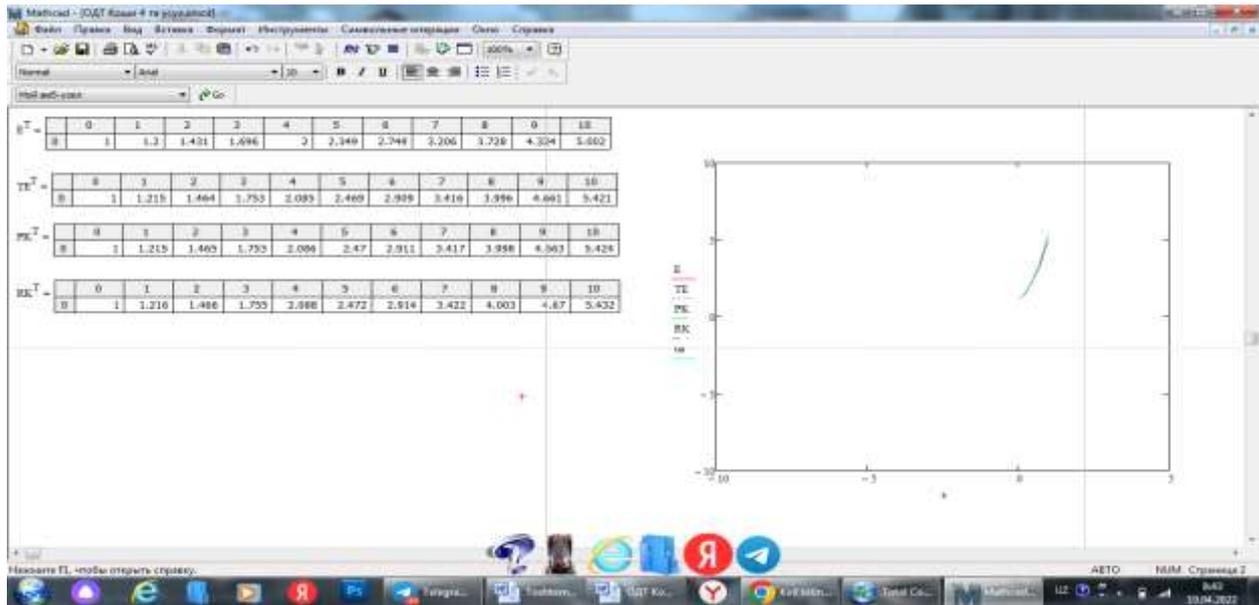
3)  $y_{i+1} := y_i + h(f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}))/2, r_i = O(h^2),$  (ПК)

4)  $y_{i+1} := y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), r_i = O(h^4).$  (RK)



$x = 0 \quad b = 1 \quad n = 10 \quad h = \frac{b-a}{n} \quad i = 0..n \quad x_i = a + ih$   
 $f(x, y) = e^x + y \quad u(x) = e^x(1+x) \quad \text{and } u'(x) = e^x(2+x)$   
 $y_0 = 1 \quad y_0' = y_0 \quad E_0 = y_0 \quad TE_0 = y_0 \quad PK_0 = y_0 \quad RK_0 = y_0 \quad u_0 = y_0$   
 $i = 0..n-1$   
 Euler usul=1 satr:  $E_{i+1} = E_i + hf(x_i, E_i)$   
 Tabl Euler usul=2 satr:  $TE_{i+1} = TE_i + hf\left[x_i + \frac{h}{2}, TE_i + \frac{h}{2} f(x_i, TE_i)\right]$   
 Prog Kar usul=3 satr:  $PK_{i+1} = PK_i + h \frac{f(x_i, PK_i) + f(x_{i+1}, PK_i + hf(x_i, PK_i))}{2}$   
 $k_1 = hf(x_i, TE_i) \quad k_2 = hf\left[x_i + \frac{h}{2}, TE_i + \frac{k_1}{2}\right] \quad k_3 = hf\left[x_i + \frac{h}{2}, TE_i + \frac{k_2}{2}\right] \quad k_4 = hf(x_i + h, TE_i + k_3)$   
 Runge Kutta usul=4 satr:  $RK_{i+1} = RK_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y_i$	1	1.236	1.466	1.755	2.089	2.473	2.915	3.423	4.006	4.673	5.437



$$a := 0 \quad b := 1 \quad n := 10 \quad h := \frac{b-a}{n} \quad i := 0..n \quad x_i := a + i \cdot h$$

$$f(x, y) := e^x + y \quad ua(x) := e^x \cdot (1 + x) \quad \text{anig yechim=0 satr} \quad ua_i := ua(x_i)$$

$$y_0 := 1 \quad v_0 := y_0 \quad E_0 := y_0 \quad TE_0 := y_0 \quad PK_0 := y_0 \quad RK_0 := y_0 \quad u_0 := y_0$$

$$i := 0..n - 1$$

Euler usuli=1 satr

$$E_{i+1} := E_i + h \cdot f(x_i, E_i)$$

Tak Eyler usuli =2 satr

$$i := 0..n - 1$$

$$TE_{i+1} := TE_i + h \cdot f\left[x_i + \left(\frac{h}{2}\right), TE_i + \left(\frac{h}{2}\right) \cdot f(x_i, TE_i)\right]$$

Prog Korr usuli=3satr

$$PK_{i+1} := PK_i + h \cdot \frac{(f(x_i, PK_i) + f(x_{i+1}, PK_i + h \cdot f(x_i, PK_i)))}{2}$$

$$k_1 := h \cdot f(x_i, TE_i) \quad k_2 := h \cdot f\left[x_i + \left(\frac{h}{2}\right), TE_i + \frac{k_1}{2}\right] \quad k_3 := h \cdot f\left[x_i + \left(\frac{h}{2}\right), TE_i + \frac{k_2}{2}\right] \quad k_4 := h \cdot f(x_i + h, TE_i + k_3)$$

Runge Kutta4 us=4 satr

$$RK_{i+1} := RK_i + \frac{(k_1 + 2 \cdot k_2 + 2 \cdot k_3 + k_4)}{6}$$

$ua^T$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	1.216	1.466	1.755	2.089	2.473	2.915	3.423	4.006	4.673	5.437

$E^T$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	1.2	1.431	1.696	2	2.349	2.749	3.206	3.728	4.324	5.002

$TE^T$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	1.215	1.464	1.753	2.085	2.469	2.909	3.416	3.996	4.661	5.421

$PK^T$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	1.215	1.465	1.753	2.086	2.47	2.911	3.417	3.998	4.663	5.424

$RK^T$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	1.216	1.466	1.755	2.088	2.472	2.914	3.422	4.003	4.67	5.432



**Использованная литература**

1. Имомов А., Эргашев Б. Дифференциал ва интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш. Ўқув қўлланма. Н.:Наманган, 2018.-120 б.
2. Имомов А., Эргашев Б. Алгебра ва анализ масалаларини тақрибий ечиш. Ўқув қўлланма. Н.:НамДУ, 2018.-104 б.
3. Burden R. L. Numerical Analysis. Books Cole. Boston. USA.-2010.-895 p.
4. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач В Мвпакетах Mathcad, Matlab, Maple. М.:ИТ Пресс, 2006.-496 с.
5. Лапчик М.П., Рагулина М.И., Хеннер Е.К. Численные методы. М.: Академия, 2004.-384 с.
6. Мэтьюс Д.Г., Куртис Д. Численные методы. MatLab. М.: Вильямс.-2001.-720 с.
7. Половко А.М., Бутусов П.А. MatLab для студента. –СПб:БХВ, Петербург.-2005.-320 с.
8. Gautschi W. Numerical Analysis. Springer, New York.-2012.-615 p.
9. Stoer J., Bulirsch R. Introduction to Numerical Analysis , Springer, New York, 1992.-672 p.